

गणितज्ञ टिळक

(भाग २)

“१८७५/७६ साली मुंबईच्या एल्फिन्स्टन कॉलेजमध्ये आम्ही असतां, तेथील गणिताचे प्रो. हॅथार्नथ्वेट यांनी निव्वळ परीक्षा पाहण्याकरितां म्हणून एकदां मुद्दाम अति कडक घेतलेल्या गणिताचे परीक्षेत काथवटे यांना खेरीज पांच, व मला सात, असे मार्क मिळाले. सुमारे ५० मुलांना अगदीं शून्य मिळाले. फक्त धोंडो हरि आगाशे यांस मात्र ७० मिळाले व बाळास ५५ मिळाले; पण एके दिवशीं बाळास हॅथार्नथ्वेट साहेबांनी मुद्दाम बोलावून म्हटलें, “ आगाशेपेक्षां असेही तुम्हास मार्क जरी कमी मिळाले असले तरी तो केवळ तुमच्या निष्काळजी पणाचा व अव्यवस्थितपणाचा परिणाम आहे; पण तुमची गणितांतील एक प्रकारची सूक्ष्म व स्वतंत्र बुद्धि वाखाणण्यासारखी आहे यांत शंका नाही ! पुढे प्रो. साहेब त्यास म्हणतात, “ केंब्रिज जर्नलमध्ये गणिताचे कांहीं कूट प्रश्न आले आहेत. मीही ते सोडविण्याचा प्रयत्न करतो, पण तुम्हीही प्रयत्न करून पाहा. असे म्हणून त्यांनीं तें जर्नल त्याचेजवळ दिलें, घरीं येऊन बाळानें बैठक मारून सपाट्यासरशी ते सर्व सोडवून त्यांस नेऊन दिल्यावर मोठे खूष होऊन प्रोफेसर साहेब त्यास म्हणतात, 'Oh good chap! I never thought you were capable of solving them all such an intelligent method!' (शाबास ! अशा स्वतंत्र बुद्धीने तुम्ही हे सर्व सोडवाल असे मला वाटले नव्हते). पुढे पुढे या प्रोफेसर साहेबांचे हातून बाळास शेकडा ९५/९८ मार्क मिळत असत. एकदा तर सदर प्रोफेसर साहेबांनी आपल्या या लाडक्या गणिती चेल्यास एका परीक्षेत शंभरापैकीं ९९.३ मार्क दिले व भरवर्गात त्याची त्यांनी फार वाहवा केली ! ”

*

गणित व अन्य आठवणींचे संकलन

अल्जिना शिकविण्याचे बाबतीतही त्यांचे असेच. इतर शिक्षकांकडून मुलाची समजूत पटून तासांत २/४ उदाहरणेही संपायची मारामार; पण ही स्वारी वर्गावर आली म्हणजे काय त्यांचे सांगण्यात जादू असेल कळत नाही, त्यांनी एकदां अशी काही रीत सांगावी की, गुंतलेल्या दोऱ्याचे टोक हात लागतांच मग तो जसा भराभर ओढावा तशी सर्वांस समान अशी एक रीत सांगून तासांत वीस-वीस बावीस-बावीस उदाहरणांचा त्यांनी फडशा पाडावा! असा चमत्कार अजूनपर्यंतही कोणीही गणिती प्रोफेसराने दाखविलेला नाही असें मी खात्रीपूर्वक म्हणतो.

*

बळवंतरावांनी आम्हास युक्लिड शिकवितांना फळ्यावर आम्ही मुलांनीं मुद्दाम त्यांचा घोटाळा उडावा म्हणून ABC ही नेहमिची अति परिचित अक्षरें न मांडतां कांहीतरी QFX अशी मांडावीत. पण त्या बहादुराने खुर्चीवर बसूनच मागे फक्त एकदा मान वळवून फळ्यावरील आकृति व तीं अक्षरें पाहावीत व हंसत उलट मुलांचाच घोटाळा उडवीत शेवटपर्यंत पुनः फळ्याकडे न पाहतां अतिमजेने आम्हास तो सिद्धान्त त्यांनी बिनचूक समजावून द्यावा !

*

दे. भाऊसाहेब लवाटे हेही वामनरावांच्याच वर्गात होते. भाऊसाहेब म्हणतात, “मी एकदां सर्व मुलांच्या आग्रहावरून, सर्वांच्या समजुतीप्रमाणें अतिशय अवघडांतले अवघड म्हणून एक उदाहरण मुद्दाम टिळकांस वर्गामध्ये एकदम विचारले. आज टिळकांची ‘फजिती’ होणार असे प्रत्येकास मनांत वाटलें. परंतु

मी मोठ्या ऐटीने बाकावरून उठून उदाहरण वाचून दाखविण्याचाच अवकाश तो ताडकन एका घावाने जसा नारळ फोडावा त्याप्रमाणे त्यांनी ते फळ्यावरूनही न समजावून देता तोंडानेच सोडवून टाकलें. तेव्हां आम्ही सर्व मुले अगदीं खजील झालो, व हे प्रकरण कांही निराळेंच आहे. असे तेव्हापासूनच मनांत आम्ही समजून राहिलो।।”

✱

डॉ. रघुनाथ पुरुषोत्तम परांजपे हे नुकतेच रँगलर होऊन आले असतां, मुंबईतल्या ग्रॅज्युएटस् असोसिएशनपुढें गणित विषयावर त्यांचे व्याख्यान झाले. आपल्या विद्वत्तेस साजेल अशी पुष्कळ नवीन माहिती त्यांनी सांगितली व आपल्या आपल्याकडेही गणित शास्त्रावर पूर्वी पुष्कळ शोध झाले होते असे म्हणून, अमुक एका गणित सिद्धांताविषयी मात्र आपल्या प्राचीन ग्रंथात काही उल्लेख सापडत नाही व यावरून हा सिद्धांत आपल्या लोकांस माहीत नसावा, असें विधान केलें. व्याख्यान संपल्यावर अध्यक्षानी, इतर कोणास काही बोलावयाचे असल्यास त्याने बोलावे असे सांगितलें, परंतु गणितसारख्या गहन आणि रुक्ष विषयावर रँगलरसारख्या व्याख्यात्यापुढे बोलण्यास कोण उभा राहतो? शेवटीं एकटे टिळक आले व त्यांनी आरंभीं रँगलरसाहेबांचें अभिनंदन करून, नंतर वेदांतील यज्ञविषयक एक ऋचा उद्धृत केली व त्या ऋचेंत, जो सिद्धांत आमच्या लोकांस माहीत नसल्याचे रँगलरसाहेबांनी विधान केले होते, तोच सिद्धांत कसा ग्रंथीत झाला हे सविस्तर रितीने सिध्द करून दाखविले या व्याख्यानाचा रिपोर्ट दुसऱ्या दिवशी “टाईम्स ऑफ इंडिया” या पत्रात आला त्यात शेवटी असे वाक्य होते "Only Mr. Tilak responded and what he spoke on the subject was quite worthy of the author of the 'Orion'."

✱

सर जगदीशचंद्र बोस यांचे काही वर्षांपूर्वी मुंबईतील ‘ऑपेरा हौस’मध्ये व्याख्यान झाले होतें. पुष्कळ

युरोपियन पारशी व्याख्यानास हजर होते. लोकमान्य अध्यक्ष होते. त्यांनी आपल्या भाषणात सर जगदीश यांच्या शोधांची ओळख इतक्या चांगल्या रितीने श्रोत्यांस करून दिली की, पुढे डॉ. बोस यांनी जेव्हां आपले भाषण सुरू केले तेव्हा ते म्हणाले, “टिळक यांनी आपल्या भाषणाने माझे काम पुष्कळच सुलभ केले आहे. माझ्या शोधांचे स्वरूप थोडक्यात त्यांनी इतके स्पष्ट करून दाखविले आहे की, एखाद्या ‘प्रोफेशनल सायंटिस्टला’ देखील ते तसे करून दाखविता आले नसते. ”

✱

दादांच्या मनातून काड्यांचा कारखाना व साखरेचा कारखाना काढण्याचा फार इरादा दिसत होता. त्यासाठी त्यांनी त्यांचे नातेवाईक रा. गंगाधर रंगनाथ महाजन यांस अनेक ठिकाणी पाठवून अनेक ठिकाणचे अनुभव पाहाण्यास लावून त्यास साखरेच्या कारखान्यात प्रवीण केला, व मला काड्यांच्या कारखान्याबद्दल माहिती पटवून काही काही ठिकाणे पहाण्यास पाठविले. कोकणातून मुद्दाम नाना प्रकारच्या लाकडांचे तुकडे मागवून त्यांच्या काड्या, कोणत्या झाडाच्या कशा बनतात यांचे नमुने मजकडे पाठवीत. एकदां तर ते स्वतः नमुने पाकिटांत भरून घेऊन मला दाखविण्यास आले होते. पुण्यास दादांचेकडे मद्रास, कलकत्ता मुंबई, वगैरे व इतर बरेच ठिकाणांहून मोठमोठे लोक येत जात असेत. व धंद्यासंबंधी गोष्टी निघत असत. पुण्यास एकदां जेवावयास बसलों असतां बोलता बोलतां कारखान्यासंबंधी गोष्टी निघाल्या. तेव्हां मजकडे बोलण्याचा रोख करून ते म्हणाले, “ह्याच्या मनांत ह्याला सांगतां सांगता आतां कोठे कारखाना काढण्याचे दिसते.” व त्यावरून त्यांनी आपला संतोषहि व्यक्त केला. गोदावरी लाइनवर रेल्वे खात्यांत बरेच लोक माझ्या ओळखीचे आहेत. त्यांस विचारून १०० रुपयांचा एक शेअर असे १०-१५ हजार रुपये जमतील असा अजमास करून त्या लोकांनी मला कळविले. ही गोष्ट मी दादांना सांगितली. तेव्हां ते

म्हणाले, “आपल्या लोकांना अजून एकत्र भांडवलाची सवय जडून भांडणतंट्याशिवाय कारखाना चालविण्याची पात्रता दिसत नाही. भांडणे मात्र होतील करितां ५००० रुपये तू काढ व ५००० रुपये मी देईन. मग तेवढ्या भांडवलावर कारखाना अल्प प्रमाणावर प्रथम उभारूं. लोकांचे पैसे नकोत.” हे बोलणे झाल्यानंतर काहीं काळ लोटल्यावर त्यांच्यावर खटला होऊ ते मंडालेस गेले. मिळून दोन्ही गोष्टी तशाच राहून, त्यांच्या इच्छेप्रमाणे पार पडलेल्या नाहीत.

✱

लो. टिळकांनीं केसरीपत्र ऑईल इंजिन आणून त्यावर चालविण्याचे मनात आणले, त्यावेळी ऑईल इंजिनवर वर्तमानपत्र कोठेच निघत नसे. म्हणजे हा प्रथमचाच लो. टिळकांचा प्रयत्न होता. पण रा. हरिभाऊ गोखले, पूर्वीचे केसरीचे असलेले मॅनेजर हे त्याविरुद्ध फार होते. ते म्हणत तुमचा हा प्रयत्न फुकट आहे. लो. टिळकांनी मनात आणल्याप्रमाणे मशीनसंबंधी सर्व माहिती करून घेऊन फिटिंग वगैरे कसे करावयाचे ह्याची माहितीपुस्तके मागवून उत्तम करून घेतली व मशीन मागवून त्यावर केसरी छापण्यास सुरुवात झाली. पण खिळा, चूक किंवा काही बिघाड झाला व लोकमान्य पुण्यास नसले म्हणजे अडत असे. त्यांस बोलावून आणून ते येत, तेव्हां छापखान्याचें काम चाले.

✱

हरि रघुनाथ भागवत

(बी. ए., लोकमान्यांचे एक लेखक, सन १९०८ सालांतील ‘वन्देमातरम’ पत्राचे संपादक, पुणे)

लोकमान्यांनीं ‘ओरायन’ हा ग्रंथरूपी निबंध मूळ १८९३ मध्ये व्हिएन्ना येथे भरलेल्या ओरीएंटल काँग्रेसकरितां लिहिला. तोच पुढे त्यांनी स्वतंत्र पुस्तकरूपाने छापला. या ग्रंथाला उत्तेजन मिळावे, अशा उद्देशाने त्या वेळचे मुंबई इलाख्याचे डायरेक्टर

(हे बहुधा मि. चॅटफील्ड असावेत) यांनी मुद्दाम टिळकांना बोलावून पुस्तकाला एकंदर खर्च किती आला म्हणून विचारले व जेवढा खर्च आला होता तेवढ्या रकमेच्या प्रती भरकिंमतीने सरकारकडून विकत घेवविल्या. पुढे १९०४ साली लोकमान्यांचा दुसरा इंग्रजी ग्रंथ ‘आर्टिक होम इन दि वेदाज’ तयार झाला व तो त्यांनी डायरेक्टरांकडे पाठविला. डायरेक्टरांचे सहा महिन्यांनी उत्तर आले की, पन्नास प्रती सरकार घेण्यास तयार आहे, त्या पाठवाव्या. परंतु या अवधीत सर्व प्रती संपल्या होत्या व त्याप्रमाणे लोकमान्यांनी उत्तर लिहिले. लोकमान्यांची बुद्धि सर्वगामी होती हे सर्वश्रुत आहेच. त्यांतल्या त्यांत भारतीय विद्यांमध्ये तर विशेष होती. अर्थात् फल ज्योतिषशास्त्र त्यांना चांगलें माहीत होते. एकदां (१९१४ साली) काही कारणावरून “तुम्ही ज्योतिष केव्हा शिकलांत!” असा त्यांनी मला प्रश्न केला व त्या बोलण्याच्या ओघांतच सांगितले की, राजकारणाचे व्यवसाय चालू असतांना देखील मला हे सर्व येत होते; पण विश्वास मात्र कशावर नव्हता व नाही.”

✱

संशोधक गणिती

१९०२ ची गोष्ट. त्या वर्षी प्रिन्सिपॉल आर. पी. परांजपे विलायतेहून रँग्लर होऊन आले होते. फर्ग्युसन कॉलेजातील प्रीव्हियसच्या वर्गाला ते गणित शिकवित असत. एक दिवस, रँग्लर परांजप्यांना एक उदाहरण वर्गात सोडविता आलं नाही. मी तुम्हाला हे उदाहरण उद्या वर्गात सोडवून दाखवितो असे त्यांनी सांगितले. दुसऱ्या दिवशी त्यांनी ते उदाहरण फळ्यावर सोडवून दाखविले. पण यासाठी त्यांना १०-१२ पायऱ्या खर्ची घालाव्या लागल्या. नंतर विद्यार्थ्यांपैकी हे उदाहरण कोणी सोडवू शकले आहे काय, असे त्यांनी विचारले. तेव्हा विश्वनाथने ते आपल्या वहीतून फळ्यावर उतरून दाखविले. हे उत्तर सोप्या पद्धतीने फक्त तीन पायऱ्यांत मिळविले होते. हे उदाहरण इतक्या पटकन व सोप्या पद्धतीने सुटू शकते याचा आनंद रँग्लर

परांजप्यांना झाला. हे उदाहरण तू स्वतः सोडविले आहेस का असा प्रश्न रँगलर परांजप्यानी विश्वनाथला केला. त्यावर तो म्हणाला, की मला हे माझ्या वडिलांनी (म्हणजे लोकमान्य टिळकांनी) सोडवून दिले आहे. त्यावर रँगलर म्हणाले, की इतक्या सोप्या पद्धतीने लोकमान्य टिळकांखेरीज हे उदाहरण कोणीही सोडवू शकणार नाही.

✱

मध्यवर्ती कारागृहात असताना टिळकांनी मागविलेल्या पुस्तकात, लॉक व इंटर या लेखकांची गणिताची पुस्तके यांचा समावेश होता. भारतीयांच्या स्वातंत्र्यासाठी इंग्रजांच्या तुरुंगात शिक्षा भोगणारा हा महापुरुष, एका बाजूला भगवद्गीतेतील कर्मयोगावर भाष्य करणारा गीतारहस्य हा ग्रंथ लिहितो, तर दुसऱ्या बाजूला गणितासारख्या विषयात तेव्हाच्याच आत्मीयतेने रस घेतो. तुरुंगात असताना त्यांनी गणितात केलेल्या अभ्यासाच्या टिपणांची वही, आजही तुम्हास केसरी ग्रंथालयात पहावयास मिळते. या वहीच्या पहिल्याच पानावर मंडाले जेल. तारीख २५ ऑगस्ट १९१० असा मथळा आढळतो.

✱

तुरुंगामध्ये कॅल्क्युलस या विषयावर इंग्रजीमध्ये स्वतंत्र ग्रंथ लिहीण्याचा लोकमान्यांचा मानस होता. त्यासाठी त्यांनी तयार केलेली टिप्पणे लोकमान्यांच्या तुरुंगातील गणिताच्या वहीत पहावयास मिळतात इलीप्स या वक्राचे गुणधर्म कॅल्क्युलसच्या सहाय्याने लोकमान्यांनी तपासून पाहिल्याचे या वहीवरून दिसून येते ग्रंथांचे भ्रमणमार्ग विवृत्तीय असतात. लोकमान्यांना खगोलशास्त्रात रस असल्यामुळे त्यांनी हा खटाटोप केला असावा, इंटिग्रेशनच्या सहाय्याचे इलीप्सचे क्षेत्रफळ काढण्यात ते यशस्वी झाल्याचे दिसते, पण इलिप्सच्या वक्राची लांबी काढण्यात त्यांना यश आलेले नाही. केलेल्या खाडाखोडीवरून त्यांनी यशासाठी पुन्हा पुन्हा प्रयत्न केल्याचे दिसून येते. हा प्रश्न सोडविण्यासाठी अबेल, याकोबी, वायरस्ट्रास या

दिग्गज गणितींनी पुढे जी उपपत्ती काढली, ती लोकमान्यांना माहीत नसावी. त्यामुळे लोकमान्यांचे प्रयत्न स्वतंत्रपणे चालू होते. अपयशाने खचून न जाता पर्यायी रीत शोधून जास्तीत जास्त जवळचे उत्तर काढण्याचे लोकमान्यांनी प्रयत्न केल्याचे दिसून येते. अशी या गणित वहीच्या अंतरंगाची रूपरेषा आहे. लोकमान्यांची प्रज्ञा किती सहजतेने गणितातील कुट प्रश्नात चालत होती याचे हे दर्शन आहे.

लोकमान्यांना शाळेपासूनच गणिताची आवड होती. इंग्रजी शाळेत जाण्यापूर्वी संपूर्ण अंकगणित, बीजगणितातील समीकरणे व युक्लिडच्या पहिल्या दोन पुस्तकातील भूमिती इतके गणित त्यांनी अभ्यासले होते. १८७२ मध्ये मॅट्रिकच्या म्हणजे हल्लीच्या एस.एस.सी. परीक्षेस बसून ते पास झाले. या परीक्षेत गणिताच्या प्रश्नपत्रिकेतील पास होण्यासाठी आवश्यक गुणांची फक्त अवघड व कठीण उदाहरणे लोकमान्यांनी सोडविली. सोप्या उदाहरणांकडे पाठ फिरविली आणि ते चक्र परीक्षेच्या मंडपातून उठून गेले. मी सोडविलेली सर्व उदाहरणे बरोबर असणारच व मी पास होणारच याचा प्रचंड आत्मविश्वास लोकमान्यांना होता हे दिसून येते.

पुढे प्रिन्सिपल्सची परीक्षा पास झाल्यावर त्यांनी मुंबईच्या एलफिन्स्टन कॉलेजात नाव घातले. तेथे प्रोफेसर हॅथॉनथ्वेट गणिताचे अध्यापन करीत. ठराविक पाठ्यभाग परीक्षेपुरता ते विद्यार्थ्यांकडून टापटीपेने चांगला घटवून घेत असत. त्यांचे गणिताचे ज्ञान पुस्तकी असल्यामुळे हे प्राध्यापक लोकमान्यांच्या पसंतीस उतरले नाहीत. त्यामुळे ते पुण्यास परत आले. आपण स्वतःच गणिताचा अभ्यास करून १९७६ मध्ये झालेल्या बी. ए. परीक्षेत ते पहिल्या वर्गात उत्तीर्ण झाले. मुंबई विज्ञाप्रीठाच्या १८७७-७८ या हॅन्डबूकमध्ये पहिल्या वर्गात पास झालेल्या विद्यार्थ्यांच्या यादीत हे पहावयास मिळते.



संकलन - विष्णुदास

ईमेल - sci.vibha@gmail.com